

Problemas de Relatividad Especial: el potencial didáctico del Universo de procesos y del Sistema de referencia de simetría

Juan Tomé

Catedrático de Física y Química de Secundaria
Malpartida de Plasencia (Cáceres)



En este artículo se consideran varios enunciados de cuestiones y problemas de libros de texto de relatividad. Se analizan, se reformulan en el lenguaje del Universo de procesos y se plasman en representaciones minkowskianas en el Sistema de referencia de simetría. En la resolución consiguiente, se mantiene un enfoque cuadridimensional, se precisan los significados de los enunciados y los datos que contienen, se hacen interpretaciones clarificadoras de los resultados y se necesita solo un conocimiento básico de las relaciones trigonométricas circulares.

1. Introducción

El Universo de procesos [1] es una concepción de la realidad física en la que los fenómenos cinemáticos de la Teoría de la Relatividad Especial (TRE) se explican en un lenguaje consistente con su carácter intrínsecamente cuadridimensional. Se puede sintetizar así:

1. Los procesos, sucesiones de cambios causalmente concatenados, son los componentes elementales de la realidad. Son entidades físicas de carácter cuadridimensional, y son absolutas, independientes del observador. En la concepción del Universo de procesos, las líneas de universo de los diagramas de Minkowski representan procesos simples, partículas elementales por ejemplo. Los procesos complejos, colecciones de procesos simples en interacción, se representan mediante hojas o tubos de universo.
2. Los cambios concatenados de un proceso son los eventos o sucesos del lenguaje habitual de la relatividad. Sus correspondientes formales son los puntos del espacio-tiempo: los sitiomomentos. Al llamarlos así, se enfatiza que los diagramas de Minkowski no representan sitios, lugares o posiciones en el espacio en distintos momentos, sino sucesiones de hechos espaciotemporales.
3. Los relojes son procesos patrón. Al compararlos con un proceso cualquiera, sirven para medir la duración del proceso con el que se comparan.
4. La duración es una magnitud propia de los procesos. La duración de un proceso concreto es el número de veces que el proceso patrón cabe en él. La duración da la longitud espaciotemporal del proceso, es absoluta y estructuralmente geométricamente el espaciotiempo. El tiempo propio

relativista es el correspondiente formal de la magnitud física duración.

En el lenguaje del Universo de procesos aparecen términos cuya relación con los que son habituales en relatividad se muestra en la siguiente tabla, distinguiendo entre entidades de la realidad física y entidades de su descripción formal:

Entidad física	Entidad formal
Proceso simple	Línea de universo
Proceso complejo	Hoja o tubo de universo
Hecho físico, evento, suceso	Sitiomomento
Universo de procesos	Espaciotiempo
Proceso patrón	Reloj
Duración de proceso patrón	Unidad de tiempo
Duración de un proceso	Tiempo propio

El Sistema de referencia de simetría (SRS) de dos procesos rectilíneos es aquel en que sus líneas de universo son simétricas [2]. El SRS tiene la singular propiedad de que, en él, las representaciones minkowskianas (necesariamente euclídeas sobre el papel) reflejan fielmente las relaciones de desigualdad (pseudoeuclídeas) entre las magnitudes espaciotemporales representadas.

Este trabajo intenta mostrar, mediante el análisis de distintos problemas, que el lenguaje del Universo de procesos y las representaciones en el Sistema de referencia de simetría pueden tener interés didáctico en las introducciones a la TRE.

2. Un problema para poner las bases de resoluciones en el SRS

El siguiente enunciado adapta un problema de Ekstein [3]:

Un Bus Espacial viaja a $0,8c$ respecto a la Tierra. Al pasar por ella, el piloto del Bus y el Centro de Control Terrestre (CCT) se informan de lo que marcan sus relojes: los del Bus, 100 minutos; los del CCT, 222. Cuando, siguiendo su ruta, pasa el Bus por la Estación Espacial de Servicio (EES) que la compañía mantiene a 40 minutos-luz de la Tierra, sus relojes marcan 130 minutos y el piloto manda un radiomensaje al CCT comunicándolo. Se considera que la Tierra y la EES están en reposo relativo y que sus relojes están sincronizados.

- a) ¿Qué marca el reloj de la EES cuando pasa el Bus?
- b) ¿Cuándo llega el radiomensaje al CCT?

Este problema, de enunciado muy descriptivo, es útil para señalar aspectos relevantes de la resolución de problemas TRE en el SRS. Es lo que se hace a continuación, mientras se avanza en la resolución del problema concreto.

a) La representación de los procesos en el SRS

La figura 1 es la representación SRS de los procesos del enunciado. El proceso Nave SRS se dibuja vertical. Su dirección espaciotemporal es tal que, respecto a él, las direcciones de los procesos Tierra y EES son simétricas con la del Bus Espacial. Los procesos Tierra y EES son paralelos, de acuerdo con la suposición de reposo relativo del enunciado. En cambio, el proceso Bus Espacial es oblicuo a ellos: en la concepción del universo de procesos, el movimiento relativo es la percepción tridimensional de la oblicuidad espaciotemporal de dos pro-

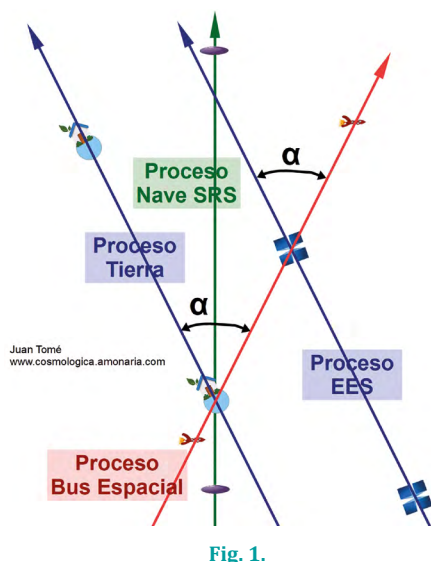


Fig. 1.

cesos. En el SRS, los procesos simétricos tienen velocidades iguales y opuestas. Como se verá, el ángulo α que forman dos procesos simétricos en el SRS se relaciona fácilmente con la velocidad relativa medida.

b) Procesos, señales-luz y líneas de simultaneidad

La figura 2 incluye dos representaciones de los procesos paralelos Tierra y EES. A la izquierda se han representado verticales; a la derecha, con la inclinación que tienen en el SRS de la figura 1. Como, de acuerdo con el principio de relatividad, no puede haber direcciones privilegiadas en el espaciotiempo, ambas representaciones tienen que ser equivalentes. En efecto:

- Ambas dan cuenta del procedimiento einsteniano de sincronización de los relojes del CCT y de la EES mediante el intercambio de señales-luz (líneas amarillas), del que resultan las líneas (a trazos) de simultaneidad, las que unen sitiomomentos de relojes que marcan la misma hora.
- En ambas se dibujan las señales-luz en la misma dirección, como la constancia de c exige. El cuadrado de vértices T2, T3, EES3 y EES2 de la izquierda se transforma en rombo a la derecha, manteniéndose la igualdad de sus lados.¹

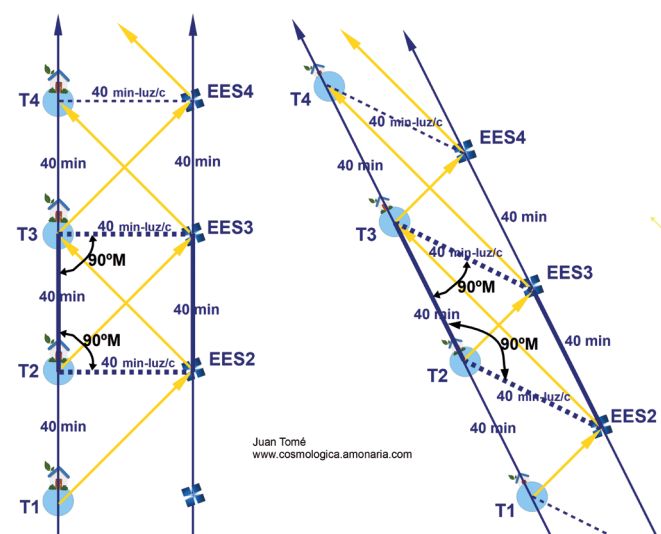


Fig. 2.

1 Las separaciones espaciales se dan en min-luz/c $\equiv$ min para homogeneizar todas las separaciones espaciotemporales.

- Las dos explican que la distancia espacial entre los procesos Tierra y EES que miden sus observadores es la mitad de lo que tardan en ir y volver las señales-luz que intercambian.
- Y las dos dejan constancia de que las líneas de simultaneidad y las de los procesos son perpendiculares en el espaciotiempo: las líneas-luz bisecan el ángulo que forman. En este trabajo, se etiquetará con 90°M (M de Minkowski) la perpendicularidad en el espaciotiempo y con 90°E (E de Euclides) la perpendicularidad en el papel.

c) El enunciado en el lenguaje del universo de procesos y en el SRS

La figura 3 plasma el enunciado del problema y marca los sitiomomentos relevantes para su resolución:

- $T_0 \equiv B_0$ y $EES_1 \equiv B_1$, coincidencias del Bus Espacial con la Tierra primero y con la EES después. Como toda coincidencia de procesos, son hechos físicos absolutos, así reconocidos por cualquier observador.
- EES_0 y T_1 , sitiomomentos que, según los observadores de la Tierra y de la EES, son simultáneos con $T_0 \equiv B_0$ y $EES_1 \equiv B_1$ respectivamente. Dado que observadores no paralelos no comparten criterio de simultaneidad, EES_0 y T_1 tienen la condición de subjetivos.

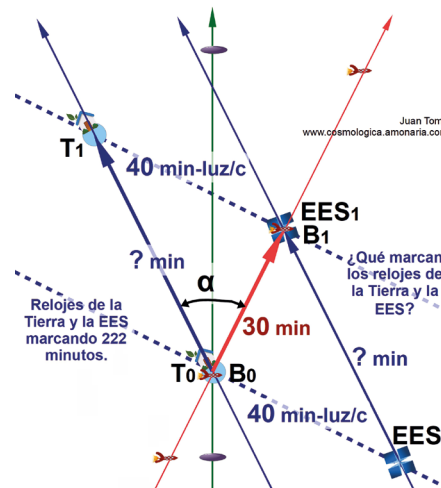


Fig. 3.

Además, la figura permite interpretar los datos del problema así:

- La separación espaciotemporal entre $T_0 \equiv B_0$ y $EES_1 \equiv B_1$, 30 min, es un segmento del proceso Bus Espacial, cuya longitud espaciotemporal (su duración) fue medida directamente por los relojes del Bus, que marcaron 100 al coincidir con la Tierra y 130 al coincidir con la EES.
- La separación espaciotemporal entre T_0 y EES_0 (igual a la separación entre T_1 y EES_1 , y ambas medidas a lo largo de líneas de simultaneidad), 40 min-luz/c, es la distancia espacial entre la Tierra y la EES según sus observadores.

d) Propiedades del SRS: aplicación concreta a las cuestiones planteadas

La figura 4 refleja la propiedad singular del SRS que facilita la resolución de problemas TRE: el triángulo $T_0 - T_1 - EES_1$, rectángulo en el papel, tiene un ángulo que es recto en el espaciotiempo. En consecuencia, la relación pitagórica que corresponde a la métrica euclidiana:

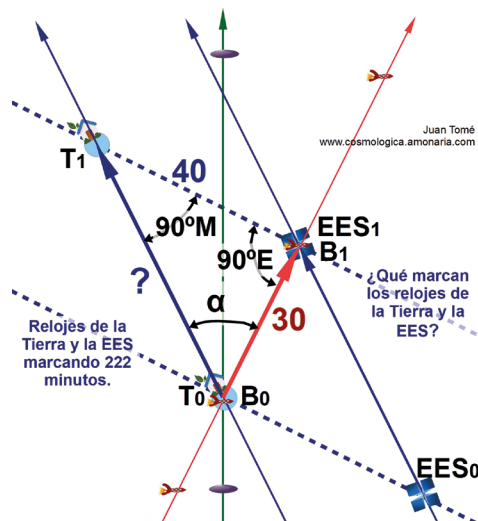


Fig. 4.

$$(T_0 - T_1)^2 = (B_0 - B_1)^2 + (T_1 - EES_1)^2$$

es también, en esa representación, la que corresponde a la métrica minkowskiana del espaciotiempo:

$$(B_0 - B_1)^2 = (T_0 - T_1)^2 - (T_1 - EES_1)^2$$

Ahora se puede responder la cuestión a) del problema. La separación espaciotemporal $T_0 - T_1$ (igual a la $EES_0 - EES_1$), una fracción del proceso Tierra medida por sus relojes, es:

$$\begin{aligned} T_0 - T_1 &= [(B_0 - B_1)^2 + (T_1 - EES_1)^2]^{1/2} = \\ &= [30^2 + 40^2]^{1/2} = 50 \text{ min} = EES_0 - EES_1 \end{aligned}$$

cálculo que solo requiere el conocimiento del teorema de Pitágoras euclidiano. Como los relojes de la Tierra y la EES marcaban 222 min cuando el Bus pasó por la Tierra, marcarán 272 cuando pasa por la EES.

La figura 5 responde la cuestión b) del problema. Cuando el piloto envía el cablegrama reportando su paso por la EES, los relojes de ésta y los de la Tierra marcan 272 min. Cuando llegue, los relojes del CCT marcarán 40 min más: 312 minu-

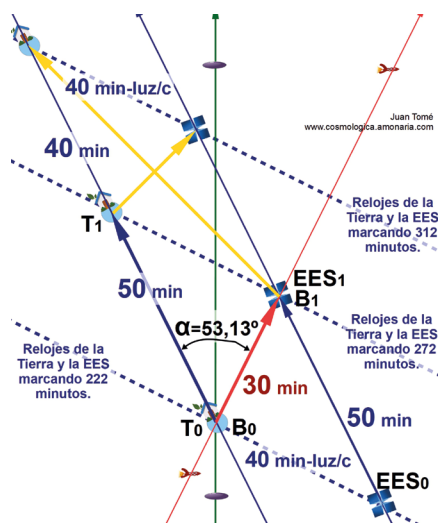


Fig. 5.

tos. El rombo de diagonales-luz que ya se resaltó en la figura 2 lo corrobora gráficamente.

e) Propiedades del SRS: generalizaciones útiles para otros problemas

Interesa resaltar los significados de las relaciones trigonométricas $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$ en las representaciones SRS.

En primer lugar, $\text{sen } \alpha$ da, en unidades c , la velocidad relativa de los procesos simétricos representados. En efecto (figuras 3, 4 y 5):

$$\text{sen } \alpha = (T_1 - EES_1) / (T_0 - T_1) =$$

$$= (\text{separación espacial}/c) / (\Delta t \text{ del viaje del Bus medido en la Tierra}) = v/c$$

Esto establece la relación entre velocidad relativa y oblicuidad de procesos en el SRS. En adelante, datos y preguntas sobre velocidades relativas pueden traducirse en datos y preguntas sobre oblicuidades de procesos en el SRS. Conocido α , si las líneas de universo de los procesos simétricos se trazan con ese ángulo, los segmentos correspondientes a separaciones espaciotemporales resultan a escala y es posible la resolución gráfica de problemas TRE. En este problema concreto:

$$v = 0,8c \rightarrow \alpha = \arcsen 0,8 = 53,13^\circ$$

En segundo lugar, $1/\text{cos } \alpha$ da el factor γ de las ecuaciones TRE:

$$(\text{cos } \alpha)^{-1} = (1 - \text{sen}^2 \alpha)^{-1/2} = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \equiv \gamma$$

Para este problema, $\gamma = (\text{cos } \alpha)^{-1} = 50/30$, que es la relación entre la duración del proceso $T_0 T_1$ y la del proceso $B_0 B_1$, la conocida como de "dilatación temporal". Se verá que, como tiene que ser, $(\text{cos } \alpha)^{-1}$ determina también la relación de "contracción de longitudes".

3. Una cuestión para precisar el significado de cálculos de "dilatación temporal"

Un pasajero de un Bus Espacial que viaja a $v = 0,6c$ respecto de la Tierra escucha una canción de 4 minutos. ¿Cuánto dura la canción para el Centro de Control Terrestre (CCT)?

Este enunciado adapta uno de Hewitt [4] que no se refiere a *escuchar una canción*, sino a *echar una siesta*. La diferencia es relevante porque la duración de una siesta es, en general, indeterminada; depende de muchos factores ajenos, y hacen faltan relojes para medirla. Al contrario, el proceso de reproducir una canción concreta tiene duración propia y fija: la reproducción misma es un buen patrón de duraciones, un buen reloj. Por eso, en el marco conceptual del universo de procesos, la respuesta a la cuestión planteada es inmediata: la canción dura 4 minutos en el Bus y en el CCT. Es más, dura 4 minutos para todos los observadores, de acuerdo con el Principio de Relatividad (no puede ser distinta la marcha de los reproductores porque se consideran "en movimiento" o "en reposo") y la invariancia de los intervalos espaciotemporales.

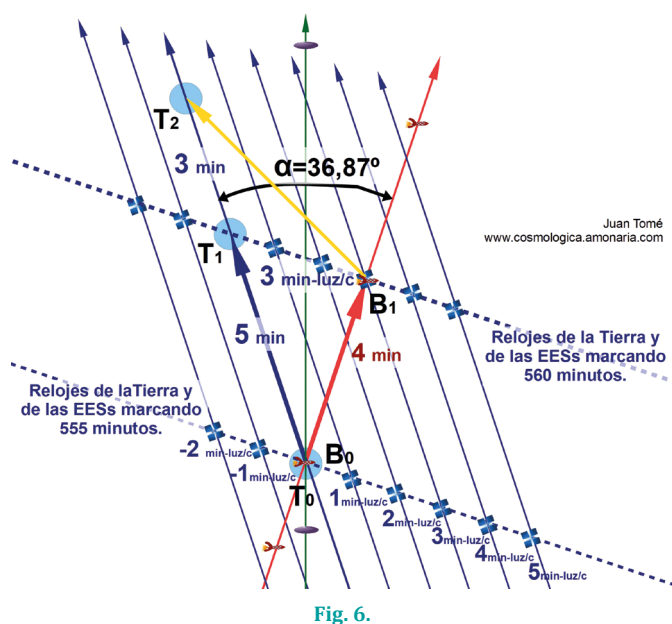


Fig. 6.

Pero la respuesta esperada es otra, la que da el “tiempo medido en la Tierra, en reposo” correspondiente al “tiempo medido en el Bus, en movimiento”, que se puede dar calculando γ en el SRS (figura 6):

$$\alpha = \arcsen(v/c) = \arcsen 0,6 = 36,87^\circ \rightarrow \gamma \equiv (\cos \alpha)^{-1} = (\cos 36,87^\circ)^{-1} = 5/4$$

y aplicando la relación de “dilatación temporal”:

$$T_0 - T_1 = B_0 - B_1 \times \gamma = 4 \text{ min} \times 5/4 = 5 \text{ minutos}$$

Supongamos, para interpretar ese resultado, que el CCT tiene una red de estaciones espaciales sincronizadas; que al coincidir el Bus y la Tierra empieza la canción de la nave y otra distinta, de 5 minutos, en la Tierra; y que, en esa coincidencia, los relojes del CCT marcan 555. Sucedería entonces que la canción de la nave acabaría al pasar el Bus por la EES que está a 3 min-luz de la Tierra, cuando sus relojes marcaran 560 minutos. La EES mandaría un radiomensaje al CCT con ese dato, que llegaría 3 minutos después. El CCT informaría: “La canción de la nave y la de la Tierra empezaron a la vez, cuando nuestros relojes marcaban 555 minutos, y acabaron a la vez, cuando marcaban 560.”

Por tanto, el significado de los 5 minutos calculados es el siguiente (figura 7): es la duración que tiene que tener una canción para que, al reproducirla en el CCT, empiece y acabe a la vez que la canción de 4 minutos del Bus, según el criterio de simultaneidad establecido por el CCT y las EES. La figura 8 muestra que si el criterio de simultaneidad fuese establecido por una posible flota de Buses Espaciales paralelos, las canciones que empezarían y terminarían “a la vez” serían una de 4 minutos en la Tierra y otra de 5 minutos en el Bus.

No hay en esta interpretación nada parecido a “tiempos que se dilatan” o a reproductores de canciones que “marchan más deprisa o más despacio”. Solo hay el reconocimiento de un hecho espaciotemporal: según el criterio de simultaneidad de una red de observadores sincronizados, dos procesos que no duren lo mismo pueden empezar y

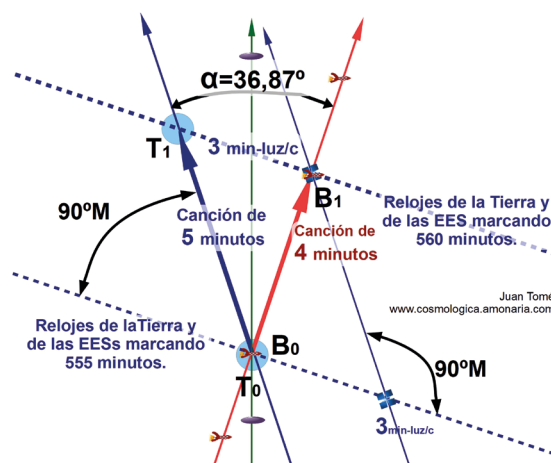


Fig. 7.

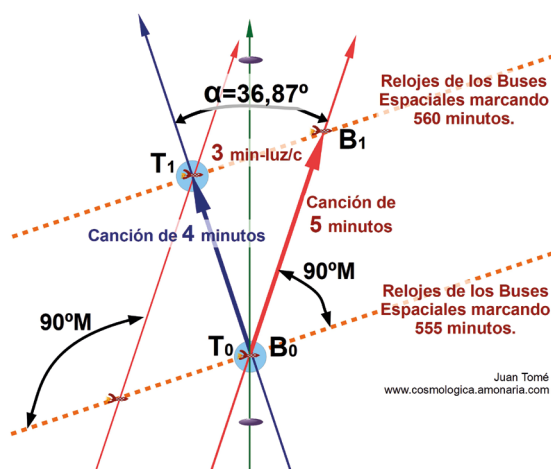


Fig. 8.

terminar a la vez si se desarrollan en direcciones distintas del espaciotiempo.²

4. Una cuestión para pensar espaciotemporalmente

El siguiente enunciado modifica uno de Rindler [5]:

Una nave espacial viaja a una estrella distante 80 años-luz en un tiempo de 40 años según sus tripulantes. ¿Cuál es la velocidad de la nave?

La cuestión pone ante la aparente imposibilidad (¿no es acaso c la velocidad límite?) de que el viaje dure menos de 80 años, que un enfoque espaciotemporal supera.

La figura 9 da la clave de la solución: el viaje no consiste en recorrer “el espacio” entre la Tierra y la Estrella sino en desarrollar un proceso que conecte los sitiomomentos T_0 y E_1 . Y la separación espaciotemporal $T_0 - E_1 = N_0 - N_1$ (la duración del viaje) es menor que la separación $T_1 - E_1$ (la distancia Tierra-Estrella medida desde la Tierra) para cualquier ángulo $\alpha > 45^\circ$.

² Se ve en las figuras 7 y 8 que la canción de 5 minutos conecta las líneas de simultaneidad perpendicularmente en el espaciotiempo mientras que la de 4 minutos las conecta oblicuamente. En el papel, esa perpendicularidad y esa oblicuidad aparecen intercambiadas. En la geometría de Minkowski, la perpendicular a dos paralelas da la mayor distancia entre ellas. Eso no puede reflejarlo la geometría euclidiana del papel, en la que sucede lo contrario.

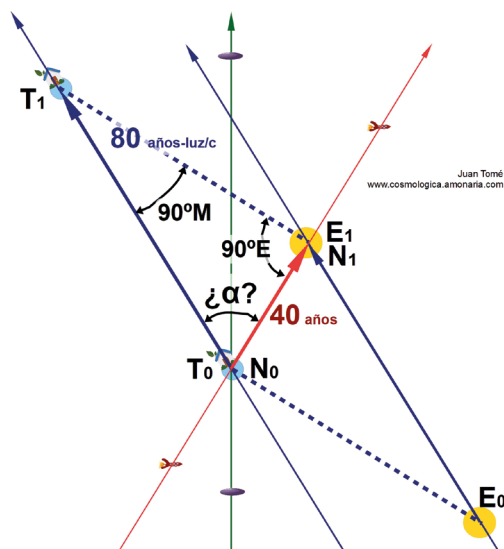


Fig. 9.

Así que, en el lenguaje del universo de procesos, y en el SRS, la cuestión es:

¿Qué ángulo $\alpha > 45^\circ$ deben formar los procesos Tierra y Nave para que la duración del viaje sea la mitad de la distancia Tierra-Estrella medida desde la Tierra?

Y la respuesta es sencilla: $\alpha = \arctg 2 = 63,43^\circ$, correspondiente a $v = c \times \sin \alpha = 0,89c$.

El límite para v es c . Para α es 90° , el ángulo que forman los procesos-luz. Cuando $\alpha \rightarrow 90^\circ$, $N_0 - N_1 \rightarrow 0$, lo que significa que podría haber viajes de duración muy pequeña que acabarían en sitiomomentos de procesos-estrella tan alejados de la Tierra como se quiera.

No hay procesos-nave (y es muy difícil que los haya) que formen ángulos cercanos a 90° con los procesos Tierra y Estrella, es decir, no hay naves que alcancen velocidades cercanas a c respecto a Tierra y Estrella. Pero hay partículas que sí. Es el caso de los muones que se producen por colisiones de rayos cósmicos con núcleos atómicos en capas altas de la atmósfera. Algunos resultan dirigidos hacia la superficie terrestre, y pueden detectarse y medirse sus velocidades.

En una experiencia clásica [6], se detectaron esos muones en dos laboratorios, uno en la montaña, LabA, y otro casi al nivel del mar, LabB. La distancia vertical LabA-LabB era 1908 metros y la velocidad de los muones $0,992c$. El cociente recorrido/velocidad da $6,36 \times 10^{-6} s$ para la duración del viaje de los muones. Según eso, como su vida media es $2,21 \times 10^{-6} s$, escasísimos muones detectados en LabA podrían ser detectados en LabB. Pero el hecho es que llegan al LabB el 72,47 % de los muones detectados en LabA. ¿Cómo pueden los muones hacer un viaje que dure más que su vida?

La clave de la explicación, como en la cuestión de Rindler, es pensar espaciotemporalmente. La figura 10 representa la experiencia en el SRS y explica su resultado:

- Los muones no son "móviles" que recorren 1908 metros, sino procesos que forman un ángulo $\alpha = \arcsen 0,992 = 82,74^\circ$ con los procesos Lab cuando conectan los sitiomomentos LabA₀ y LabB₁, cuya separación espaciotemporal es:

$$LabA_0 - LabB_1 = LabA_0 - LabA_1 \times \cos \alpha =$$

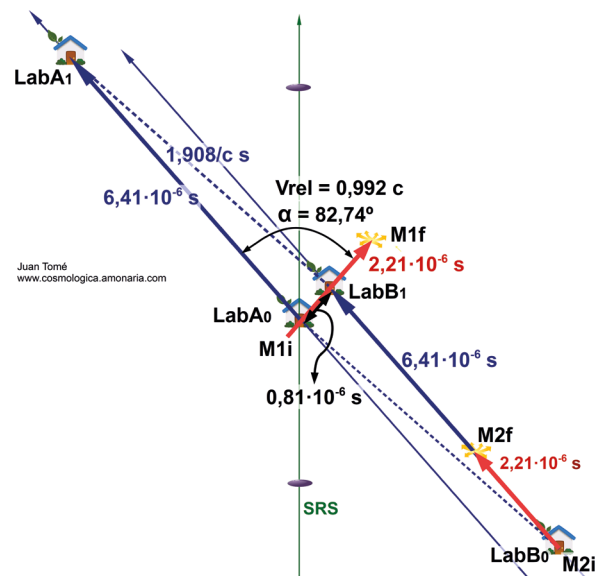


Fig. 10.

$$= 6,41 \times 10^{-6} \cdot \cos 82,74^\circ = 0,81 \times 10^{-6} s$$

- Los procesos-muon son, de media, más duraderos que esa separación, así que es perfectamente posible que muones detectados en LabA₀ sean detectados en LabB₁. Por ejemplo, el proceso-muon M_{1i} - M_{1f} de la figura 10 (que está dibujada a escala) podría iniciarse antes de coincidir con LabA₀ y desintegrarse después de coincidir con LabB₁.
- En cambio, casi ningún proceso-muon paralelo a los procesos-Lab (en reposo respecto a ellos) podrá conectar los sitiomomentos LabA₀ y LabA₁ (o LabB₀ y LabB₁) porque su separación espaciotemporal es mucho mayor que la duración media de un proceso muón. Es el caso del muon M_{2i} - M_{2f} de la figura.

5. Un problema sobre longitudes

El siguiente enunciado es una adaptación de un problema de Resnick [7]:

Dos naves espaciales tienen una longitud de 220 m y se desplazan en sentidos opuestos, cruzándose en el vuelo. El astronauta que va en la nariz de una de ellas mide el tiempo que la otra tarda en pasarlo y resulta ser $1,27 \times 10^{-6} s$.

- ¿Cuál es la velocidad relativa de las naves?
- ¿Cuál es la longitud de una nave medida desde la otra?

Como el enunciado no distingue entre naves, se van a contestar las preguntas desde los puntos de vista de los observadores de ambas.

Las naves son procesos complejos, compuestos de procesos simples ligados en interacción. Por eso, en las figuras siguientes, se representan por hojas de universo limitadas por las líneas de universo de los procesos simples "nariz" y "cola" de cada una.

En el SRS, la pregunta por la velocidad relativa se traduce en pregunta por el ángulo que forman las hojas de universo de los procesos-nave. La figura 11 refleja el punto de vista de los observadores de la nave roja (Nave R), que se movería hacia la derecha, y la figura 12 la de los observadores de la nave azul (Nave A), que se movería hacia la izquierda.

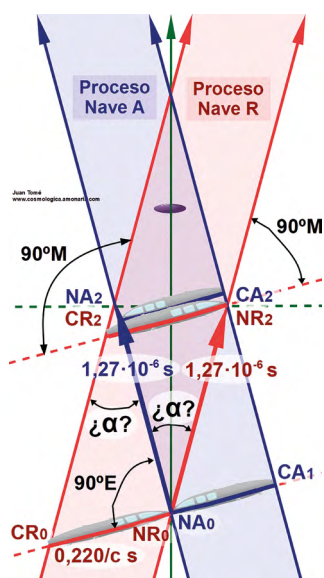


Fig. 11.

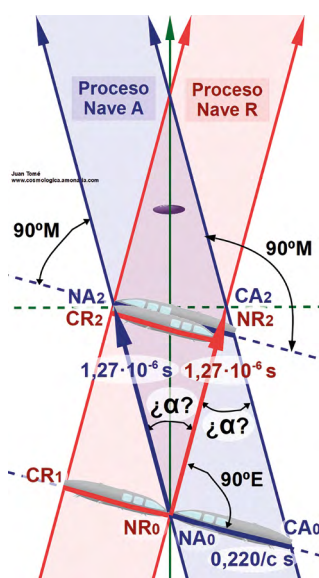


Fig. 12.

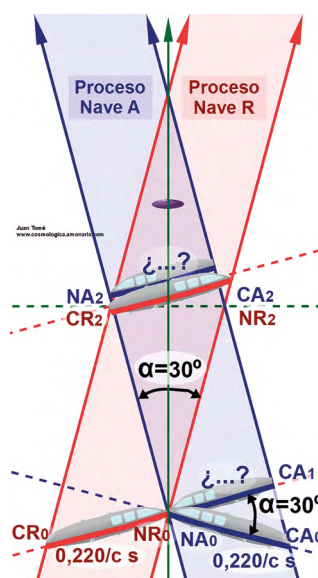


Fig. 13.

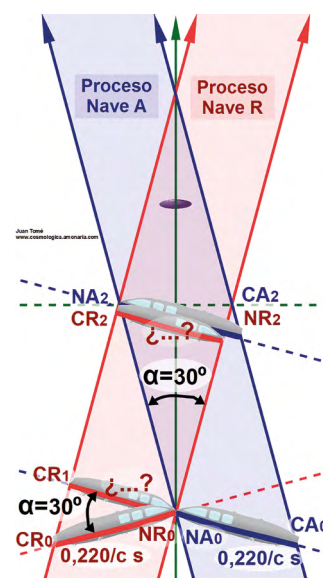


Fig. 14.

Los hechos físicos absolutos relevantes para el cruce de las naves son:

- la coincidencia de las dos narices, $NR_0 \equiv NA_0$;
- la coincidencia de la nariz de la Nave R con la cola de la Nave A, $NR_2 \equiv CA_2$;
- la coincidencia de la nariz de la Nave A con la cola de la Nave R, $NA_2 \equiv CR_2$.

En las figuras se representan los distintos “objetos-nave” que corresponden a esas coincidencias. Los objetos-nave son conjuntos de sitiomomentos de los procesos-nave que son simultáneos según el criterio de un observador dado: líneas rojas punteadas para los observadores de la Nave R y azules para los de la Nave A. Como los criterios de simultaneidad son distintos, los “objetos-nave” son distintos. Los procesos-nave son realidades físicas absolutas (iguales para todo observador), pero los “objetos-nave” son entidades formales subjetivas. De un mismo proceso puede haber tantos objetos como observadores. En adelante, se supone que el dato de longitud del enunciado del problema se refiere a los objetos-nave que cada observador define de su propio proceso.

La medida que hace el astronauta de nariz de la Nave R, con su reloj, es la separación espaciotemporal entre $NR_0 \equiv NA_0$ y $NR_2 \equiv CA_2$; y la que hace el de nariz de la Nave A con el suyo es la separación entre $NR_0 \equiv NA_0$ y $NA_2 \equiv CR_2$. Los dos astronautas obtienen $1,27 \times 10^{-6} \text{ s}$ porque miden duraciones de procesos simétricos en el SRS.

La respuesta a la cuestión a) se obtiene considerando el triángulo inferior izquierdo de la figura 11 o el inferior derecho de la figura 12:

$$\alpha = \arctg[(0,220/c)s / 1,27 \times 10^{-6} \text{ s}] = \arctg 0,577 = 30^\circ \rightarrow v/c = \sin \alpha = 0,5 \rightarrow v = 0,5c$$

Los astronautas de las narices de las naves dirán que mientras sus relojes contaron $1,27 \times 10^{-6} \text{ s}$ pasó ante ellos la otra nave a $0,5c$. Podrían deducir entonces la longitud de la nave que pasó:

$$L_{\text{nave en el SR de la otra}} = 1,27 \times 10^{-6} \times 0,5c = 190,5 \text{ m},$$

lo que respondería a la cuestión b).

Esa respuesta se refuerza haciendo ver (figuras 13 y 14) que los objetos-nave definidos por uno y otro observador están en la relación

$L_{\text{nave en SR de la otra}} = L_{\text{nave en SR propio}} \times \cos \alpha = L_{\text{nave en SR propio}} / \gamma$, conocida como “contracción de longitudes”.

En este problema, tenemos que $L_{\text{nave en el SR de la otra}} = 220 \times \cos 30^\circ = 190,5 \text{ m}$, que coincide con los cálculos de los astronautas de las narices de las naves a partir de medidas de sus relojes y de la velocidad relativa calculada.

6 Conclusiones

Se ha mostrado en este trabajo que el lenguaje del universo de procesos y las representaciones minkowskianas de procesos en el SRS son útiles para clarificar enunciados de problemas y cuestiones relativistas, para realizar fácilmente los cálculos correspondientes y para interpretar los resultados dándoles un significado físico claro en un contexto cuadriddimensional. Además, con representaciones en el SRS a escala, como las de este trabajo pero de mayor tamaño, podrían analizarse, resolverse e interpretarse problemas y cuestiones TRE utilizando sólo reglas graduadas y transportadores de ángulos. Por todo ello, la concepción del Universo de procesos y el Sistema de referencia de simetría pueden ser instrumentos didácticos interesantes en tareas de introducción y divulgación de la TRE.

Referencias

- [1] J. TOMÉ, Relatividad Especial: una interpretación del fenómeno de la “dilatación temporal”, *Revista Española de Física* 35(2), 7 (2021).
- [2] J. TOMÉ, Adelantamiento de trenes en el espaciotiempo, *Revista Española de Física* 36(4), 10 (2022).
- [3] D. EKSTEIN, *Epstein explain Einstein* (e-GmbH, 2013) p. 48.
- [4] P. G. HEWITT, *Física conceptual* (Pearson Educación, 2007) p. 719.
- [5] W. RINDLER, *Relativity. Special, General and Cosmological* (Oxford University Press, 2006) p. 59.
- [6] J. SMITH, *Introducción a la Relatividad Especial* (Reverté, 1969). pp. 54-57.
- [7] R. RESNICK, *Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad* (Limusa, 1977) p. 95.