

Juan Tomé

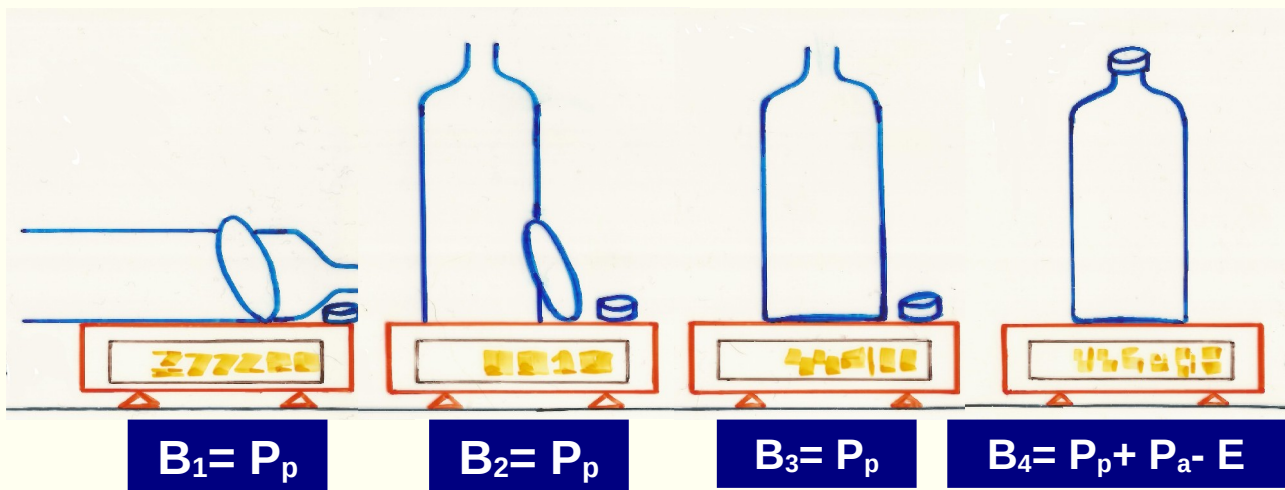
Cuestión de principios: Arquímedes y Einstein

ddd Valladolid NOV24

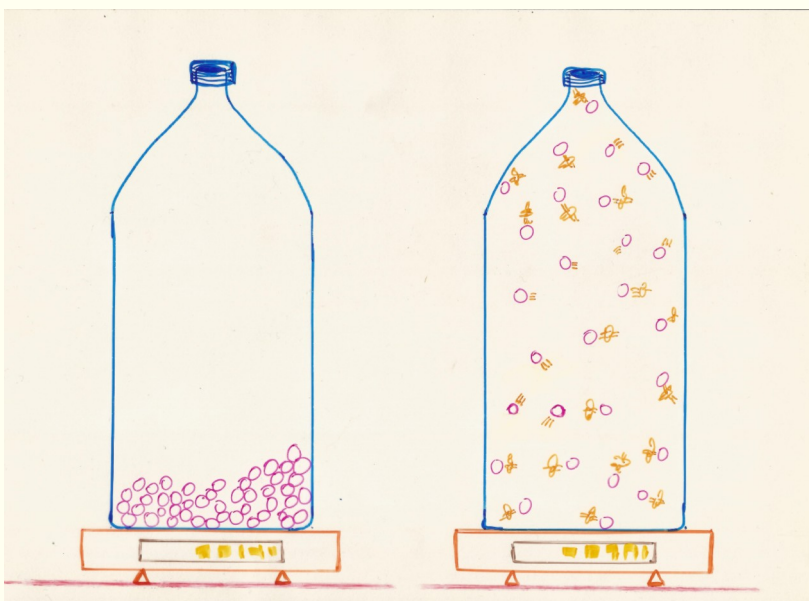


La figura muestra cuatro botellas de plástico, iguales, colocadas en cuatro balanzas. La primera y la segunda botellas se han troceado. La tercera está destapada. La cuarta se tapó antes de ponerla en la balanza.

Todas las balanzas de la figura marcan lo mismo. Las tres primeras porque, si se considera muy delgado el recipiente, están pesando el material plástico con el que están fabricadas. La cuarta porque, aunque está pesando el aire contenido, hay que tener en cuenta que el empuje sobre la botella cerrada, E , es igual al peso de aire desplazado (Principio de Arquímedes) que es igual al aire contenido en la botella si, como estamos suponiendo, el plástico de la botella es muy delgado.

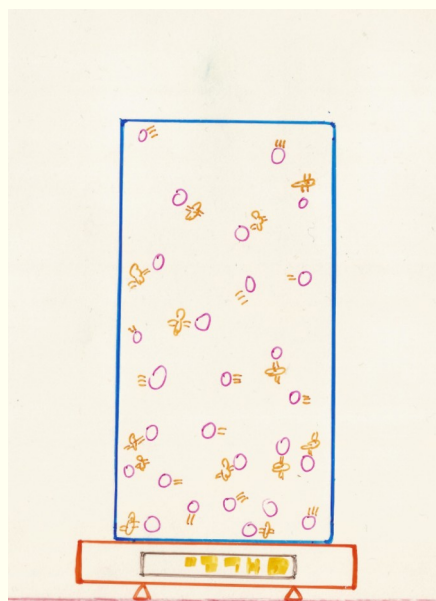
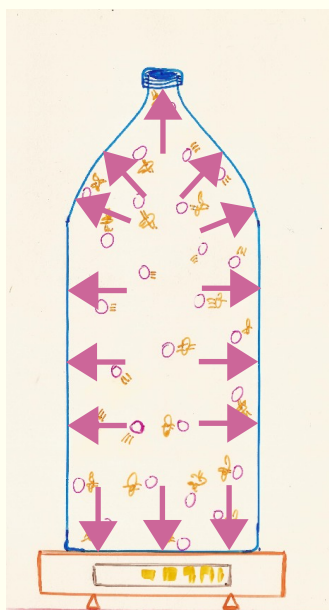


¿Por qué son iguales el peso del aire contenido en la botella y el empuje de Arquímedes? ¿Cuál es su origen? ¿Cómo se relaciona el peso del gas contenido en la botella con la fuerza que ejerce sobre ella desde dentro? Lo que sigue responde a esas preguntas relacionando el Principio de Arquímedes con el Principio de Equivalencia de Einstein.



Las primeras preguntas que pueden surgir son: ¿cómo actúa el aire sobre la balanza?, ¿cómo puede verse la balanza afectada por el aire contenido en la botella?

Porque, a diferencia de un sólido o un líquido contenidos en la botella, el aire no se apoya en el fondo y su peso no puede transmitirse así al platillo.



La ley de los gases ideales, $P \cdot V = nRT$, puede inducir a pensar que la presión del aire en el interior de la botella es la misma en todo lugar (figura izquierda). Pero no es así. En un campo gravitatorio, la distribución de moléculas de un gas en un recipiente no es homogénea: la densidad del gas es mayor en el fondo que arriba (figura derecha). La presión, por lo tanto, es también mayor en el fondo que arriba. A consecuencia del gradiente de presión, la fuerza resultante sobre las paredes del recipiente se dirige hacia abajo, actuando sobre el platillo de la balanza, que así puede medir el peso del gas.

Prin Estática Fluidos

$$dP = \rho(h) \cdot g_0 \cdot dh$$

$$\Rightarrow S dP = g_0 dm$$

$$\text{ó } S \cdot \Delta P = m \cdot g_0$$

Es decir: $B = \text{Peso}$

$$\Delta P = S \cdot \frac{RT}{M_m} \cdot \Delta \rho = V \cdot \rho_{\text{media}} \cdot g_0$$

Se obtiene:

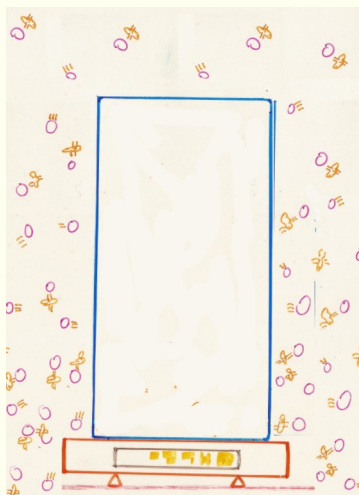
$$\frac{\Delta P}{\rho_{\text{media}}} = \frac{M_m g_0}{RT} \cdot \Delta h$$

$$\text{ó } \frac{\Delta P}{\rho_{\text{media}}} = 4.22 \cdot 10^{-4} \Delta h$$

para aire a T ambiente

En el recuadro de la izquierda se explica por qué la fuerza resultante sobre las paredes de la botella, B, la que se transmite al platillo y mide la balanza, es igual al peso de aire contenido en la botella.

Se muestra también en el recuadro que la variación relativa de la densidad del aire con la altura dentro del recipiente es muy pequeña. Sin embargo el gradiente de presión resultante origina una fuerza detectable por balanzas monoplato de precisión estándar.



Por otra parte, al considerar lo que le ocurre al aire que rodea la botella, se encuentra lo mismo. En el campo gravitatorio, la distribución de moléculas del gas alrededor de un recipiente no es homogénea: la densidad del gas es mayor por el fondo que por arriba.

La presión, por lo tanto, es también mayor por el fondo que por arriba.

Y, a consecuencia del gradiente de presión, la fuerza resultante sobre las paredes del recipiente se dirige hacia arriba: es el Empuje de Arquímedes. Si un recipiente se llena con el aire del entorno, la distribución de moléculas es la misma dentro y fuera de él.

El gradiente de presión, por lo tanto, es el mismo dentro y fuera del recipiente. En consecuencia, el peso y el empuje son iguales aunque dirigidos en sentidos opuestos.

De acuerdo con todo lo anterior, y para enfatizar que el campo gravitatorio es la causa del empuje, el Principio de Arquímedes podría enunciarse así:

En regiones del universo donde exista un campo gravitatorio, la distribución de moléculas de un gas alrededor de un recipiente no será homogénea. La interacción del gas con el recipiente se manifestará como fuerza en sentido contrario al campo gravitatorio. Se le llama Empuje y resulta igual al peso de un volumen de gas igual al del recipiente.

Asumido el papel fundamental del campo gravitatorio en el Principio de Arquímedes, tiene sentido repensarlo teniendo presente el Principio de Equivalencia de Einstein, el que hace equivalentes todos los sistemas de referencia al afirmar que ninguna experiencia física permite distinguir entre sistemas en campos gravitatorios y sistemas acelerados. Aplicado en nuestro caso, conduce a reconocer que todo lo que se ha dicho sobre distribuciones de moléculas de gases en campos gravitatorios podría haberse dicho para conjuntos de gases y recipientes acelerados. Por tanto, el Principio de Arquímedes podría enunciarse así:

La distribución de moléculas de un gas alrededor de un recipiente no será homogénea si el gas y el recipiente son parte de un conjunto acelerado. La interacción del gas con el recipiente se manifestará como fuerza en el mismo sentido que la aceleración. Se le llama Empuje y es la fuerza que acelera el recipiente en el conjunto.

Puede pensarse, con razón, que explicar el Principio de Arquímedes en relación con el Principio de Equivalencia de Einstein es como matar moscas a cañonazos. Pero, en contextos de introducción o divulgación de la Teoría de la Relatividad Generalizada puede tener interés porque, además de aplicar el Principio de Equivalencia a un fenómeno muy familiar, explica la distribución no homogénea del gas de manera más intuitiva que cuando se recurre a las ideas de que “las capas superiores del gas presionan las de abajo” o “pesan sobre las de abajo”.

El problema de esta idea es que se soporta en el mismo hecho que pretende explicar: que un conjunto de partículas libres “pesa” o ejerce presión diferente a diferentes alturas. La idea alternativa que nace del Principio de Equivalencia, la de que en un conjunto acelerado las partículas “se quedan atrás” (o abajo) y, por tanto, “se amontonan atrás” (o abajo) se puede ilustrar fácilmente con cualquier experiencia vivida en vehículos acelerados (coches, autobuses o aviones por ejemplo) con objetos no sujetos al vehículo, haciéndola así más intuitiva que la otra.

Por otra parte, en el enunciado habitual del Principio de Arquímedes, la fuerza “empuje” tiene un efecto reconocible de empujar sólo cuando, siendo mayor que el peso, lleva hasta la superficie a algún objeto sumergido. Cuando el “empuje” es menor que el peso y, en consecuencia, un objeto queda hundido en el fondo de un recipiente, el “empuje” pasa desapercibido, es difícil de reconocer como tal. Y cuando siendo igual al peso mantiene un objeto a flote, más que como fuerza que empuja, el “empuje” aparece como una fuerza de sustentación. Al contrario, en el enunciado del Principio de Arquímedes relacionado con el Principio de Equivalencia, el “empuje” tiene el mismo sentido que la aceleración: es la fuerza que empuja “hacia adelante” (o hacia arriba) al recipiente. Es, en este sentido, un verdadero empuje, un empuje más evidente que el del enunciado habitual, un empuje que, en todos los casos, es la fuerza que acelera al objeto sumergido en el fluido de que se trate.