Algo sobre geometría del espaciotiempo

Juan Tomé

Amonaria cosmológica / Libros / Los relojes no miden el tiempo: textos complementarios

www.cosmologica.amonaria.com

Este texto se concibió como complemento del libro “Los relojes no miden el tiempo”. Aunque puede leerse como separata, cobra sentido en relación con él.

La analogía entre caminos por el espacio tridimensional y líneas de universo por el espaciotiempo, como todas, tiene limitaciones. Hay diferencias importantes entre espacio y espaciotiempo que se tienen que señalar, empezando por la más importante de todas: que el espacio es plano y el espaciotiempo es curvo.

La superficie de una cancha de baloncesto, la de un estanque en reposo, el suelo de una habitación, una hoja de papel extendida sobre la mesa, todas esas superficies son planas. El plástico de un globo hinchado, el de una pelota de pimpón, la superficie del planeta Tierra, la piel de una patata, todas esas superficies son curvas.

En las superficies planas se cumple el axioma de las paralelas de Euclides: si por los extremos de un segmento se trazan rectas perpendiculares al segmento, esas rectas, que se llaman paralelas, nunca llegan a converger, no importa cuánto se las prolongue, y siempre mantienen entre sí una distancia igual al segmento base que se usó para trazarlas. En las superficies curvas eso no pasa. Se puede pensar, por ejemplo, en la superficie de la Tierra, en que las rectas (como en cualquier esfera) son los círculos máximos: el ecuador y los meridianos. Estos círculos son “rectas” en esa superficie porque mantienen la dirección, apuntan siempre al mismo sitio. Es el caso de los meridianos, que van dirigidos a los polos sin apartarse a izquierda o derecha. Pues bien, si se toma un segmento del ecuador, las perpendiculares por sus extremos serán dos meridianos. Localmente, esos meridianos son “rectas paralelas”, porque forman 90º con el segmento base y porque los dos tienen la misma dirección, la del polo. Lo que pasa es que cuando se prolongan, la distancia entre ellos disminuye, convergen, hasta cruzarse en el polo. Las propiedades de las paralelas de Euclides no se cumplen en la superficie de una esfera. Y aunque la definición de “rectas” en la superficie de un globo ahuevado, o en la superficie de una patata, es más difícil que en el caso de las superficies esféricas, es fácil imaginar que en esas superficies irregulares tampoco se cumple el axioma de Euclides de las paralelas.

El Teorema de Pitágoras es otra propiedad geométrica que permite decidir si una superficie es plana o no: en las planas se cumple, en las curvas no. Otra, la propiedad de los rectángulos de que sus lados opuestos sean de la misma longitud: en las superficies planas se cumple, en las curvas no. Y otra, la propiedad de los triángulos de que sus ángulos sumen 180º: en las planas se cumple, en las curvas no. Cualitativamente, esta última propiedad se refleja en que al dibujar en un papel un triángulo que tenga un ángulo recto, un triángulo rectángulo, los otros ángulos serán siempre agudos. Si esos dos ángulos son iguales serán de 45º, sumarán 90º, y con los 90º del recto dan los 180. Si no son iguales, uno será de más de 45º y el otro de menos, pero juntos sumarán 90º, que con los 90 del recto darán 180º en total. En cambio, en la superficie de una esfera es posible trazar triángulos ¡con tres ángulos rectos! Basta pensar en la Tierra como esfera, situarse en el polo y trazar allí dos "rectas" perpendiculares, que serían dos meridianos que formaran allí 90º, uno el de Greenwich por ejemplo y otro el de longitud 90º oeste, que pasaría por el archipiélago de las Galápagos, en el océano Pacífico; se dibujarían esos meridianos hasta el ecuador, teniéndose así dos lados del triángulo; luego, siguiendo el ecuador, se pinta otra "recta" y se cierra el triángulo. Como todos los meridianos son perpendiculares al ecuador, el segundo y el tercer ángulo del triángulo, como el primero, el del polo, son de 90º. Entre los tres suman 270º. No todos los triángulos trazados en una superficie esférica suman 270º, pero todos suman más de 180º. También hay superficies curvas en que la suma de los ángulos de un triángulo es siempre menor que 180º. De las superficies en las que los ángulos de un triángulo suman más de 180º, se dice que son de curvatura positiva. De aquellas en las que los tres ángulos de un triángulo suman menos de 180º, se dice que son de curvatura negativa. Y de aquellas en las que los tres ángulos de un triángulo suman justo 180º, se dice que son de curvatura cero. Éstas, las de curvatura cero, son las planas.

De un espacio, como de una superficie, también se puede decir si es plano o curvo. Por ejemplo, el espacio físico tridimensional del que tenemos experiencia es plano. En él las paralelas no convergen, los lados opuestos de los rectángulos son iguales, los ángulos de los triángulos suman 180º y se cumple el Teorema de Pitágoras.

Es más difícil pensar en espacios curvos que en superficies curvas. Las superficies curvas pueden verse: la superficie de una esfera, de un globo, de una patata. Se ven desde fuera, están contenidas en nuestro espacio. Pero el espacio no puede verse desde fuera, porque formamos parte de él. No se puede salir del espacio para mirar el aspecto que tiene y decir si es curvo o no. Y como no se puede salir, como nadie, ni nunca, ha salido, nadie tiene experiencia ninguna que ayude a imaginar en qué consiste su planitud o su curvatura. Hay que proceder por analogía: pensar en superficies y trasladar lo pensado al espacio.

Una superficie es plana si se puede cubrir mediante baldosas que queden perfectamente ajustadas. Una bola no se puede cubrir con baldosas, baldosines o teselas, por pequeñas que sean. No habrá manera de encajarlas perfectamente. Eso lo saben bien los soladores cuando tienen que cubrir zonas curvas de una acera, los rebajes necesarios para suprimir barreras arquitectónicas por ejemplo; y también lo saben los alicatadores que se enfrenten al recubrimiento de una cúpula. Pues bien, un espacio es plano si se puede "llenar" con objetos paralelepipédicos que queden perfectamente encajados. Los albañiles constatan diariamente que el espacio es plano cuando construyen muros de ladrillo, y los canteros cuando encajan los sillares perfectamente cortados que elevan una torre de granito. Si fuera imposible encajar ladrillos o sillares perfectos, por la misma imposibilidad geométrica, radical, que impide encajar teselas cuadradas para cubrir una pelota, estaríamos ante la evidencia de que el espacio es curvo. La curvatura de ese espacio sería una propiedad intrínseca, constitutiva de ese espacio, imposible de ver por observadores tridimensionales que lo habitaran, pero constatable por sus consecuencias: porque no encajarían los paralelepípedos, porque no se cumpliría el Teorema de Pitágoras, porque los ángulos de un triángulo no sumarían 180º, o porque las paralelas convergirían. Los habitantes de un espacio así deducirían, de esas evidencias indirectas, que su espacio es curvo.

Pues bien, nosotros, que somos procesos cuadrimensionales, esto es, sistemas tridimensionales cambiantes, y que no habitamos un espacio tridimensional sino un espaciotiempo cuadrimensional, hemos encontrado evidencias indirectas de que ese espaciotiempo es curvo. Se trata ahora de explicar esas evidencias. Como imaginar el espaciotiempo curvo es más difícil todavía que imaginar un espacio tridimensional curvo, tendremos que recurrir de nuevo al recurso de las analogías.

Pensemos en una torre en construcción. Los arquitectos fijan en el suelo las esquinas de la planta y piden a los constructores que levanten verticalmente las aristas de la torre mediante bloques alternados de cantería. Las coordenadas horizontales (las que se marcan en el suelo) de las esquinas son fijas, y se mantienen fijas a lo largo de todas las aristas. Al ir levantando la torre, solo la coordenada vertical va variando a lo largo de las aristas. La distancia entre aristas se mantiene. Cuando se alcanza la coronación, la distancia entre aristas es la misma que en el suelo y el número de sillares iguales colocados en cada arista es el mismo. La longitud de las cuatro aristas es la misma. Eso es lo que se espera de un espacio plano.

Pensemos ahora en el proceso de construcción de una red de tiempo universal, la red TAI. Los metrólogos fijan distintos relojes en distintos laboratorios del planeta. Las coordenadas espaciales de estos relojes (longitud, latitud, altura sobre el nivel del mar) son fijas. Cuando los relojes se ponen en marcha, se van "levantando" procesos patrón en sitios fijos del planeta. "Levantar" esos procesos, que no consiste en otra cosa más que en mantener en marcha esos relojes, es lo análogo a levantar las aristas de la torre. Lo análogo al ir poniendo sillares es el sucederse los tictacs. "Alcanzada la coronación", es decir, completado un periodo de prueba de la red de tiempo universal que se está construyendo, los metrólogos miden "las aristas", es decir, miran lo que marcan los relojes, o de otra manera, miran los tictacs que contaron. Si el espaciotiempo fuese plano, todas "las aristas" serán iguales; los relojes de "las esquinas", fijos en sus laboratorios, marcarán lo mismo. Pero eso no es lo que los metrólogos encuentran: los relojes fijos no marcan lo mismo, se han desincronizado; las aristas no son iguales, en unas han cabido más tictacs ("más sillares") que en otras, unos relojes hicieron tictac más veces que otros. Solo en un espaciotiempo curvo puede pasar algo así.

O por si ayuda a entenderlo: solo en un espacio curvo, después de levantar aristas verticalmente desde el suelo, y habiendo conseguido que todos los suelos de los pisos intermedios de la torre sean perpendiculares a las aristas, se constatará, alcanzada la coronación, que las longitudes de las aristas son distintas, que en unas han cabido más sillares que en otras. Si se pudiera salir de ese espacio curvo, se vería una torre torcida, como un fuelle de acordeón curvado puesto verticalmente. Ahora bien, los habitantes de ese raro espacio curvo, que ven, necesariamente, la torre desde dentro, la verán perfectamente vertical. Solo las medidas de sus arquitectos les revelarán la curvatura de su espacio. Y si las diferencias entre las aristas son pequeñas, es decir, si la curvatura de su espacio es pequeña, les costará creerles, porque sus experiencias directas no les pondrán los efectos de la curvatura delante de sus narices.

En nuestro caso, solo las medidas de los metrólogos nos hacen ver que nuestro espaciotiempo es curvo.

> "[…] el reloj atómico estándar, custodiado desde 1969 en el National Bureau of Standards en Boulder, Colorado, Estados Unidos, a una altitud de 5400 pies, que forma parte de la red del Tiempo Atómico Internacional, se adelanta cinco microsegundos cada año al reloj similar custodiado en el Real Observatorio de Greenwich, Inglaterra, a una altitud de solo 80 pies. Puesto que ambos relojes son intrínsecamente exactos hasta una décima de microsegundo por año, el efecto es observable y es uno de los varios que deben ser corregidos." (Rindler, Relativity Special, General and Cosmological", p 26)

Los relojes atómicos de Boulder y de Greenwich mantienen fijas sus coordenadas de longitud, latitud y altura. Son "procesos arista". Al cabo de un año marcan distinto, lo que indica que el espaciotiempo es curvo. Pero las diferencias son muy pequeñas, se necesitan relojes de extraordinaria precisión para detectarlas, y nosotros no podemos tener experiencias directas de la curvatura del espaciotiempo que habitamos. Así que, si a lo complicado que es imaginar un espaciotiempo curvo se añade que la curvatura no se nota, resulta que es difícil convencerse de que es así. Es la palabra de físicos y metrólogos frente a lo que experimentamos directamente. Y no hay esperanza de poder salir fuera del espaciotiempo para verlo claro.

A la condición del espaciotiempo de ser curvo hay que añadir la de que su curvatura no es constante. La superficie de una pelota lisa, de pimpón por ejemplo, es de curvatura constante. La de un huevo no es de curvatura constante: es más curva por la parte más "picuda" del huevo que por el extremo más "redondeado", y este extremo es más curvo que la "cintura" del huevo. La superficie de una patata es de curvatura muy irregular, tampoco es de curvatura constante.

La curvatura del espaciotiempo es irregular, es decir, distinta en general para cada sitiomomento. La TR relaciona esa curvatura con la distribución de masas: masas grandes conllevan grandes curvaturas en sus entornos, y masas pequeñas, pequeñas curvaturas. Al establecer esa relación, curvatura y gravitación quedan también relacionadas, por ser la gravitación propiedad de la masa. En ausencia absoluta de masas, de gravitación, el espaciotiempo sería de curvatura cero, es decir, plano. Ese es, tan solo, un caso tan solo ideal, porque es evidente que en el universo hay masas, pero en sitiomomentos muy alejados de cualquier masa, considerar plano el espaciotiempo es una buena aproximación.[1]

---

[1] Einstein presentó su Teoría de la Relatividad (TR) en dos fases. En 1905 presentó la llamada Teoría de la Relatividad Especial (TRE), cuyos enunciados eran válidos en ausencia de aceleraciones y de campos

La curvatura del espaciotiempo es propiedad de sus sitiomomentos. Como cada sitiomomento tiene tres coordenadas de carácter espacial y una, la de los procesos, de carácter temporal, podría entenderse la proposición “la curvatura del espaciotiempo es variable” como “la curvatura del espaciotiempo, en el mismo momento, varía de un sitio a otro (curvatura espacial) y, en el mismo sitio, varía de un momento a otro (curvatura temporal)”. Pero el espaciotiempo no es la mera yuxtaposición de espacio por un lado y tiempo por otro. Precisamente, la novedad más radical que la idea de espaciotiempo aporta a la descripción de la realidad física es la de que las coordenadas espaciales y la temporal no son separables, sino que están imbricadas de manera muy profunda. Así que es mejor que cuando se dice que “la curvatura del espaciotiempo es variable” se entienda que es dinámica en sentido cuadrimensional, que el espaciotiempo, como la realidad física que se representa con su ayuda, es cambiante.

El hecho de que el espacio sea plano y el espaciotiempo curvo hace que la analogía entre caminos por el espacio y líneas de universo por el espaciotiempo no sirva para explicar algunas propiedades de las líneas de universo que deben tenerse en cuenta para dar sentido físico a los fenómenos de desincronización de relojes.

En el espacio, dos caminos que arrancan rectos y paralelos desde dos sitios A y B, y llegan a otros dos, C y D, tales que los segmentos AB y CD son paralelos, mantendrán siempre la misma distancia entre sí, y sus longitudes, AC y BD, serán iguales. Basta darse cuenta para reconocer ese hecho que los caminos, las líneas AC y CD, y los segmentos que unen los sitios de partida y llegada, AB y CD, forman un paralelogramo, y en los espacios planos, los lados opuestos de un paralelogramo son iguales entre sí.

Pero en el espaciotiempo (conviene recordar ahora la analogía de la “torre curvada”) es posible que dos procesos se inicien a la vez en dos sitios distintos, se desarrollen en esos mismos sitios, acaben a la vez sin cambiar de sitio, y duren distinto. Es el caso citado de los relojes de Boulder y Greenwich, o de otras parejas de relojes de la red TAI, fijos en sus laboratorios y que, aún así, se desincronizan. Es la curvatura del espaciotiempo la que hace posible esa desincronización: en las líneas de universo de tales relojes pueden caber distinto número de tictacs porque transcurren por sitiomomentos de distinta curvatura. Aunque empiecen y terminen a la vez, aunque transcurran en sitios fijos, manteniendo por tanto su distancia espacial, (conviene volver recordar lo dicho sobre las aristas de la “torre curva”) pueden tener, solo por razón de su distinta curvatura, “longitudes” distintas. Para entender esto no se puede olvidar que la curvatura es del espaciotiempo, no del espacio. Si no se piensa así, es imposible entender que dos líneas de universo de procesos en reposo relativo no sean paralelas euclidianas.

---

gravitatorios, lo que equivale a suponer la ausencia de masas. En esa suposición, el espaciotiempo de la TRE, conocido como espaciotiempo de Minkowski, resulta ser es plano. En 1916, Einstein presentó la Teoría de la Relatividad Generalizada, (TRG), que incluye la TRE como aproximación cuando se supone la ausencia de campos gravitatorios y aceleraciones. El espaciotiempo de la TRG es curvo e irregular, pero para la aproximación TRE es plano.

La aproximación TRE es útil en muchos casos, y en la descripción matemática del espaciotiempo curvo de la TRG, se usan colecciones de aproximaciones locales TRE.

Por lo tanto, en el espaciotiempo, pueden distinguirse dos razones que justifiquen las distintas longitudes de dos líneas de universo:

1. La "razón cinemática". Dos líneas de universo son distintas, por esta razón, cuando corresponden a procesos que se desarrollan en sistemas que siguen distintas trayectorias espaciales a distintas velocidades, es decir, a procesos que se desarrollan en sistemas en movimiento relativo. Puede decirse de estos procesos que son "cinemáticamente distintos". Todos los caminos no paralelos en el espacio son los análogos a las líneas de universo correspondientes a estos procesos.
2. La "razón de curvatura". Dos líneas de universo son distintas, por esta razón, cuando corresponden a procesos que se desarrollan en sistemas en reposo relativo por sitiomomentos del espaciotiempo de distinta curvatura. Como la curvatura del espaciotiempo se asocia a la presencia de masas y de campos gravitatorios, puede decirse de estos procesos que son "gravitatoriamente distintos". No hay caminos en el espacio que sean análogos a las líneas de universo correspondientes a estos procesos.

Las dos razones no son excluyentes. Al contrario, separarlas es solo una posibilidad formal. Es posible explicar un fenómeno de desincronización de relojes acudiendo solo a la razón cinemática, pero eso supone ignorar los campos gravitatorios presentes, lo que no invalida la explicación, porque puede ser una buena aproximación. De hecho, la razón cinemática es la única presente en las explicaciones de fenómenos relativistas en el contexto TRE. Es posible también explicar un fenómeno de desincronización de relojes acudiendo solo a la razón gravitatoria, pero puede serlo solo en un sistema de referencia (SR) y no en otros. Por ejemplo los relojes de la red TAI, fijos en sus laboratorios, están en reposo relativo en un SR ligado al centro de la Tierra y que rote con ella, pero no lo están en el SR de un observador externo al planeta que contempla su rotación sobre el fondo de estrellas. Lo normal, en experiencias reales de desincronización de relojes, es que se deban tener en cuenta las dos razones. La experiencia de Hafele y Keating es ilustrativa: los aviones y el reloj en tierra están en movimiento relativo para cualquier SR, y el campo gravitatorio (esto es, la curvatura del espaciotiempo) es distinto en la superficie terrestre, donde se encuentra un reloj, y a la altura de los aviones.

En el libro "Los relojes no miden el tiempo", al decir de dos procesos, o de las líneas de universo correspondientes, que son "cuadrimensionalmente distintos", se entiende que puedan serlo por razones cinemáticas y/o gravitatorias. Es decir, lo "cuadrimensionalmente distinto", englobaría lo "cinemáticamente distinto" y lo "gravitatoriamente distinto". De todos modos, cuando parezca necesario hacer hincapié en los elemento físicos de las descripciones, podrá verse escrito "procesos (gravitatoria o cinemáticamente) distintos", en lugar del más abstracto "procesos cuadrimensionalmente distintos".

Bibliografía

Rindler, W., 2006, "Relativity Special, General and Cosmological, Ed Oxford University Press